



I Vocabulaire

Définition : * Pour tout entier $n \geq 1$ on note le produit de n facteurs égaux à x : x^n

$$x^n = \underbrace{x \times x \times x \times \dots \times x}_n$$

* x^n se lit " x puissance n " ou " x exposant n "

Exemple :

$$5^7 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$$

Conventions :

$$x^1 = x$$

Attention : Pour toutes valeurs de $x \neq 0$: $x^0 = 1$

Exemple :

$$7896^1 = 7896$$

$$7896^0 = 1$$

Valeurs particulières :

Pour toutes valeurs de $x \neq 0$: $0^n = 0$ et $1^n = 1$

Vocabulaires :

Puissance "2" se dit "carré" et puissance "3" se dit "cube"

Exemple :

$$cm^2 = cm \times cm$$

$$dm^3 = dm \times dm \times dm$$

II Cas des puissances négatives

Rappel : x^{-1} est l'inverse de x .

$$x^{-1} = \frac{1}{x}$$

Propriété : x^{-n} est l'inverse de x^n .

$$x^{-n} = \frac{1}{x^n} = \frac{\overbrace{1 \times \dots \times 1}^n}{\underbrace{x \times \dots \times x}_n} = \underbrace{\frac{1}{x} \times \dots \times \frac{1}{x}}_n = \left(\frac{1}{x}\right)^n$$

Exemple :

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

Propriété : Pour tout n entier relatif :

- * si $x > 0$ alors $x^n > 0$
- * si $x < 0$ et n est pair alors $x^n > 0$
- * si $x < 0$ et n est impair alors $x^n < 0$

Exemples :

$$(-1)^8 = -1 \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = 1$$

$$(-1)^7 = -1 \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = -1$$

Attention :

$$(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 9 \times 9 = 81$$

$$-3^4 = -3 \times 3 \times 3 \times 3 = -9 \times 9 = -81$$

III Règles de calculs

Propriété :

$$x^n x^m = x^{n+m}$$

$$\frac{x^n}{x^m} = x^{n-m}$$

$$(x^n)^m = x^{n \times m}$$

Exemple :

$$4^3 \times 4^5 = 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^8 = 4^{3+5}$$

$$\frac{4^5}{4^3} = \frac{4 \times 4 \times \cancel{4} \times \cancel{4} \times \cancel{4}}{\cancel{4} \times \cancel{4} \times \cancel{4}} = 4^2 = 4^{5-3}$$

$$(4^3)^5 = (4 \times 4 \times 4)^5 = (4 \times 4 \times 4) \times (4 \times 4 \times 4) \times (4 \times 4 \times 4) \times (4 \times 4 \times 4) \times (4 \times 4 \times 4) \\ = 4^{15} = 4^{3 \times 5}$$

Propriété :

$$x^n y^n = (xy)^n$$

$$\frac{x^n}{y^n} = \left(\frac{x}{y}\right)^n$$

Exemple :

$$\begin{aligned} 2^5 \times 3^5 &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \\ &= (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3) \\ &= (2 \times 3)^5 \end{aligned}$$

IV Puissance de 10

Propriété : Soit n un entier positif

* Multiplier par 10^n revient à décaler la virgule de n crans vers la droite.

* Multiplier par 10^{-n} revient à décaler la virgule de n crans vers la gauche.

Propriété : Notation scientifique

Tout nombre décimal peut s'écrire en "notation scientifique" sous la forme générale :

$$a \times 10^n$$

avec $-10 < a \leq -1$ ou $1 \leq a < 10$

Exemple :

$$1258,698 = 1,258698 \times 10^3$$

$$-0,0003658 = -3,658 \times 10^{-4}$$